Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (**L-Fanelli - G.Galise - M.V. Marchi -A. Terracina**)

Prova scritta del 6 febbraio 2019 -001-

**Regolamento.** Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

**1.** Sia $a_n$ una successione reale.

**1A** se $a_n$ é monotona, allora la serie $\sum a_n$ é convergente; V F

**1B** se la serie $\sum a_n$ é divergente, allora $a_n$ é monotona; V F

**1C** se $a_n$ é monotona, allora la serie $\sum a_n$ é regolare; V F

**1D** se $\lim_{n\to+\infty} n^2 a_n = 0$, allora la serie $\sum a_n$ é assolutamente convergente. V F

**2.** Siano $f(x) \in C^2(\mathbb{R})$ e $g(x) = |x| f(x)$.

**2A** se $f(x)$ é dispari, allora $g(x)$ é pari; V F

**2B** $g(x) \in C^1(\mathbb{R})$; V F

**2C** se $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, allora esiste $g''(0)$; V F

**2D** se $f(x)$ é convessa e crescente in $(0, +\infty)$, allora $g(x)$ é convessa in $(0, +\infty)$ V F

**3.** Data l'equazione differenziale

$$y' + y = f(t)$$

**3A** Se $f(t) = 0$, esistono infinite soluzioni convesse nel loro dominio; V F

**3B** Se $f(t) = 1$, l'equazione ammette almeno una soluzione di tipo polinomiale; V F

**3C** Se $f(t) = \cos t$, tutte le soluzioni sono limitate; V F

**3D** Se $f(t) = \frac{1}{t-2}$, allora $y(t) = \frac{e^{-t}}{t}$ é soluzione. V F

**4.** Data la funzione $f(x) = \sqrt{1+x} - \frac{3}{2}x + \sin x$.

**4A** Il grafico di $f(x)$ ha tangente orizzontale in $(0, f(0))$ V F

**4B** $P(x) = 1 - x - x^2$ é Il polinomio di Taylor di grado 2 e centro $x = 0$ V F

**4C** $\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{1-f(x)}{e^x-1} = 1$ V F

**4D** $1 - f(x) = o(x^2)$. V F

**5.** Data la funzione
$$f(x) = e^{\frac{1}{x-2}} - x$$

(1) determinare il dominio e i limiti negli estremi degli intervalli in cui é definita;

(2) determinare l'insieme di derivabilitá, calcolare la derivata e studiare la monotonia di $f$ ;

(3) determinare l'insieme immagine e dire se $f$ é invertibile nel suo insieme di definizioine;

(4) determinare l'insieme in cui esiste la derivata seconda, gli intervalli in cui $f$ é concava o convessa e gli eventuali punti di flesso.

**6.** Data l'equazione differenziale
$$ay'' + by' + ay = f(t) \qquad (*)$$

(1) determinare per $a = 1$, $b = -2$ e $f(t) = 2\sin t$

- l'integrale generale dell'equazione omogenea associata a (*);
- l'integrale generale dell'equazione (*);
- la soluzione che soddisfa le condizioni $y(0) = y'(0) = 0$.

(2) determinare, per $a = 0$, $b = 1$ e $f(t) = e^{\cos t} \sin t$ , l'integrale generale.

Matricola

Cognome

Nome

Corso di laurea in *Fisica*, a.a. 2018/19

Analisi (**L-Fanelli - G.Galise - M.V. Marchi -A. Terracina**)

Prova Scritta del 6 febbraio 2019 -002-

**Regolamento.** Annerire in modo evidente un'opzione a scelta fra V (vero) ed F (falso). Sarà assegnato un punteggio di 1 per ogni risposta giusta, 0 per ogni risposta non data e $-\frac{1}{2}$ per ogni risposta sbagliata.

**1.** Siano $f(x) \in C^2(\mathbb{R})$ e $g(x) = |x|f(x)$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1A** | se $f(x)$ é pari, allora $g(x)$ é dispari; | V | F |
| **1B** | $g(x) \in C^1(\mathbb{R})$; | V | F |
| **1C** | se $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, allora esiste $g''(0)$ ; | V | F |
| **1D** | se $f(x)$ é decrescente e concava in $(0, +\infty)$, allora $g(x)$ é concava in $(0, +\infty)$ | V | F |

**2.** Sia $a_n$ una successione reale.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **2A** | se $a_n$ é monotona, allora la serie $\sum a_n$ é divergente; | V | F |
| **2B** | se la serie $\sum a_n$ é convergente, allora $a_n$ é monotona; | V | F |
| **2C** | se $a_n$ é monotona, allora la serie $\sum a_n$ é regolare; | V | F |
| **2D** | se $\lim_{n\to+\infty} n^3 a_n = 0$, allora la serie $\sum a_n$ é assolutamente convergente. | V | F |

**3.** Data la funzione $f(x) = \sin x - \frac{3}{2}x + \sqrt{1+x}$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **3A** | $y = 1 - x$ é la retta tangente il grafico nel punto $(0, f(0))$ | V | F |
| **3B** | $P(x) = x - x^2$ é Il polinomio di Taylor di grado 2 e centro $x = 0$ | V | F |
| **3C** | $1 - f(x) = o(x)$ | V | F |
| **3D** | $\lim_{x\to 0} \frac{1-f(x)}{1-\cos x} = 0$ | V | F |

**4.** Data l'equazione differenziale

$$y' + 2y = f(t)$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **4A** | Se $f(t) = 0$, tutte le soluzioni sono convesse in tutto $\mathbb{R}$; | V | F |
| **4B** | Se $f(t) = 2$, tutte le soluzioni sono polinomi; | V | F |
| **4C** | Se $f(t) = \sin t$, esistono soluzioni non limitate; | V | F |
| **4D** | Se $f(t) = \frac{1}{t-1}$, allora $y(t) = \frac{\log t}{t}$ é soluzione. | V | F |

**5.** Data la funzione

$$f(x) = x - e^{\frac{1}{2-x}}$$

(1) determinare il dominio e i limiti negli estremi degli intervalli in cui é definita;

(2) determinare l'insieme di derivabilitá, calcolare la derivata e studiare la monotonia di $f$ ;

(3) determinare l'insieme immagine e dire se $f$ é invertibile nel suo insieme di definizioine;

(4) determinare l'insieme in cui esiste la derivata seconda, gli intervalli in cui $f$ é concava o convessa e gli eventuali punti di flesso.

**6.** Data l'equazione differenziale

$$ay'' + by' + ay = f(t) \qquad (*)$$

(1) determinare per $a = 1$, $b = 2$ e $f(t) = 2\cos t$

- l'integrale generale dell'equazione omogenea associata a (*);
- l'integrale generale dell'equazione (*);
- la soluzione che soddisfa le condizioni $y(0) = y'(0) = 0$.

(2) determinare, per $a = 0$, $b = 1$ e $f(t) = e^{\sin t} \cos t$ , l'integrale generale.